

NÚCLEO DE ECONOMIA E FINANÇAS

Teoria dos Jogos
Introdução

Conteúdo produzido por estudantes da ESEG – Faculdade do Grupo Etapa

4º semestre CEC

Enzo Giovannetti

Guilherme Vilani Santana

Matheus Cendamore Haas de Azevedo

Matheus Erustes Stirbolov

Paulo Victor Lopes Belo

Sumário

Introdução	4
Quais os primeiros autores/estudiosos?	6
Jogos	11
Aplicações	16

Introdução

Onde e quando surgiu?

Registros antigos sobre a Teoria dos Jogos apontam para o século XVIII, quando, em uma correspondência dirigida a Nicolas Bernoulli, James Waldegrave analisa um jogo de cartas chamado Le Her¹ e dá como solução que é de equilíbrio de estratégia mista². Waldegrave não o estendeu para uma teoria geral, mas ali já se iniciam as primeiras pinceladas.

Passando para o século XIX, temos o famoso trabalho de Augustin Cournot sobre duopólio. Em 1913 foi publicado o primeiro teorema matemático sobre Teoria dos Jogos, por Ernst Zermelo, em que ele afirma que uma partida de xadrez é estritamente determinada, ou seja, sempre um jogador terá uma estratégia que o levará à vitória ou conduzirá o jogo ao empate.

Mais tarde, Émile Borel se interessou pelo tema e publicou quatro artigos sobre jogos estratégicos. Ele achava que a guerra e a economia podiam ser estudadas de forma semelhante.

1 Jogo de baralho entre dois jogadores que, após algumas trocas de cartas, ganha quem tiver a carta de maior valor

2 Conceito na página 14

Inicialmente, a Teoria dos Jogos não chamou muita atenção, mas isso mudou quando John Von Neumann, em 1928, demonstrou que todo jogo finito, de soma zero³, com duas pessoas, possui uma solução em estratégias mistas. Na demonstração original, utilizou-se de topografias e análise funcional, o que era muito complicado de acompanhar.

Em 1937 ele faz uma nova demonstração baseada no teorema do ponto fixo de Brouwer. Von Neumann, que trabalhava em muitas áreas da ciência, interessou-se por Economia e, junto com Oscar Morgenstern, publicou o clássico “The Theory of Games and Economic Behavior”, em 1944.

A partir daí, a Teoria dos Jogos invadiu a Economia e a Matemática Aplicada.

Em 1950, o matemático John Forbes Nash Junior publicou outros quatro artigos importantes sobre tema da Teoria dos Jogos não-cooperativos e a Teoria da Barganha. Nos artigos “Equilibrium Points in n-Points Games” e “Non-cooperative Games”, Nash provou a existência de um equilíbrio em jogos não cooperativos, denominado “equilíbrio de Nash”, e sugeriu uma nova abordagem para se estudar os jogos cooperativos a partir da redução para a forma não cooperativa. Em “The Bargaining Problem” e “Two Person

3 Jogo em que o ganho de um jogador representa necessariamente uma perda para o outro

Cooperative Games” ele criou a Teoria da Barganha e provou que existia solução para o problema da barganha de Nash.

Em 1994, John Forbes Nash Junior, John Harsanyi e Reinhard Selten; e, em 2005, Robert John Aumann e Thomas Schelling receberam o prêmio Nobel de Ciências Econômicas por contribuírem para a Teoria dos Jogos.

Quais os primeiros autores/estudiosos?

Antonie Augustin Cournot (1801-1877)

Matemático e economista francês, precursor da análise de equilíbrio em jogos não-cooperativos, estudou duopólio e oligopólio estabelecendo o conhecido Modelo de Cournot, em 1838. Neste modelo, duas empresas que produziam um bem homogêneo decidiam a quantidade que cada uma iria produzir, sabendo que isso afetaria os lucros. Cournot derivou uma solução em que as duas empresas decidiam produzir quantidades compatíveis entre si (ponto de Cournot).





Joseph Bertrand (1822-1900)

Matemático francês que revisou o trabalho do Modelo de Cournot e, usando preços em vez de quantidades como variáveis estratégicas, desenvolveu outro modelo que levou o seu nome, em 1883.

John Von Neumann

(1903-1957)

Matemático húngaro. Seus estudos são considerados o marco inicial da Teoria dos Jogos. Sua primeira publicação sobre o tema data de 1928, na qual demonstra que a solução para jogos de soma zero (em que o ganho de um jogador representa necessariamente uma perda para outro) pode ser determinada utilizando-se técnicas matemáticas.



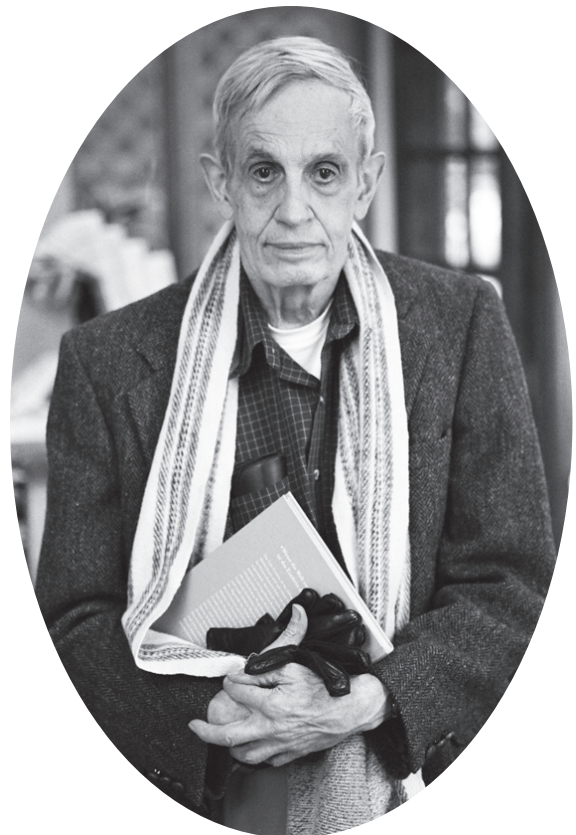


Heinrich Freiherr von Stackelberg (1905-1946)

Economista alemão conhecido pelo modelo de liderança de Stackelberg, de 1934. Nesse sistema de duopólio, cada empresa considera a quantidade produzida sobre seus concorrentes, sendo que as empresas agem sequencialmente, e o líder escolhe uma quantidade primeiro, diferentemente do modelo de Cournot.

John Forbes Nash Jr. (1928-2015)

Matemático norte-americano que fez contribuições fundamentais para a Teoria dos Jogos e o campo da Geometria Diferencial. Realizou a maior parte das pesquisas enquanto era Matemático Sênior de Investigação na Universidade de Princeton. Seu trabalho forneceu informações e ampliou a compreensão sobre os estudos do acaso e



seus efeitos, sobre o estudo das tomadas de decisões e sobre os sistemas complexos, com aplicabilidade em todas as ciências. No entanto, suas análises são, antes de tudo, amplamente usadas na Ciência Econômica.

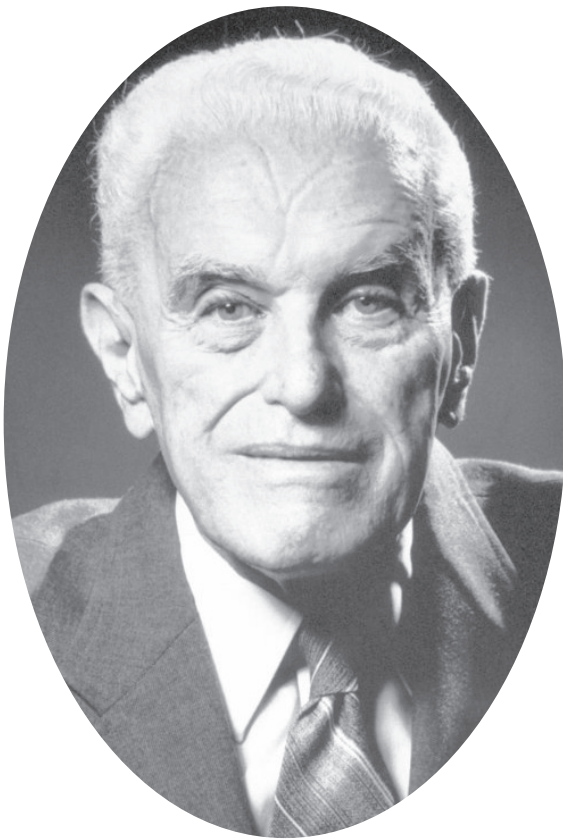
Desenvolveu, também, a solução de um jogo não-cooperativo envolvendo dois ou mais jogadores, no qual se parte da premissa de que cada jogador conhece as estratégias dos outros e nenhum jogador tem nada a ganhar se mudar somente a sua própria estratégia, chamado de Equilíbrio de Nash.

A história de Nash tornou-se conhecida após ter sido retratada no livro de Sylvia Nasar, “A Beautiful Mind”, e, posteriormente, no filme de mesmo nome, vencedor de quatro Oscars.



**Reinhard Justus
Reginald Selten (1822-1900)**

Economista alemão conhecido por seus estudos em Limitação da Racionalidade. É considerado um dos pais fundadores da Economia Experimental. Foi laureado com o Nobel por suas contribuições para o entendimento dos Jogos Não-Cooperativos e a Teoria dos Jogos.



John Charles Harsanyi

(1920 – 2000)

Economista húngaro-americano conhecido por suas contribuições para a Ciência Econômica, especificamente por desenvolver complexas análises dos jogos de informações incompletas, chamados Jogos Bayesianos. Os estudos de Harsanyi foram importantes para o uso da Teoria dos Jogos, do raciocínio econômico na filosofia política e para os estudos da moralidade social, assim como na Ética Utilitária para o estudo da seleção do equilíbrio. Também foi laureado pela sua contribuição geral com a Teoria dos Jogos.

Robert John Aumann

(1930-)

Economista e matemático israelense/norte-americano.

Thomas Schelling

(1921-2016)

Economista norte-americano.

Ambos reconhecidos com o Prêmio Nobel em 2005.





Jogos

O que é a Teoria dos Jogos?

É o campo da Matemática Aplicada na qual se estuda situações em que jogadores tomam decisões estratégicas com o objetivo de maximizar seu ganho.

Busca-se, assim, o entendimento de comportamentos econômicos, mas essa Teoria pode ser aplicada em diversos campos do cotidiano e acadêmicos.

O que é um jogo? – tipos de jogos

Jogo é a situação em que os participantes tomam decisões estratégicas, considerando ou não as ações dos outros jogadores.

Os jogos podem ser classificados em:

Cooperativos

Os jogadores tomam decisões estratégicas em comum acordo.

Não-Cooperativos

Cada jogador toma uma decisão individualmente.

Estáticos

São definidos quando os dois jogadores tomam decisões simultaneamente, sem saber a decisão do outro participante.

Dinâmicos

São definidos quando o jogador conhece a jogada do jogador anterior.

Informação completa

Quando as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum.

Informação incompleta

Um jogo é dito de informação incompleta quando as características dos jogadores não são de conhecimento comum, o que tem consequências sobre as recompensas dos participantes, uma vez que é por meio dessas recompensas que expressamos, em jogos, a natureza dos jogadores.

Estrutura/representação

Jogadores

Pode ser qualquer indivíduo, ou organização, envolvido no processo de interação estratégica e que tenha autonomia para tomar decisões racionais. Logo, os jogadores são peças-chaves para o jogo acontecer.

Cada um deles tem uma estratégia de preferência, o que cria um perfil próprio. Em termos matemáticos, cada jogador tem uma função de utilidade ou de lucro⁴, atribuindo assim um número real para as situações do jogo.

Estratégias

Compõem o plano de ação do jogador. Em todo jogo que exige decisões racionais, os jogadores tendem a criar estratégias de ação, as quais funcionam com base nos resultados e nas satisfações de cada jogador.

As estratégias dependem muito da situação de cada jogo. Por exemplo: alguns jogadores procuram um resultado que agrade os dois lados, enquanto outros buscam adotar o modelo conhecido como Estratégia Ótima – aquela que procura maximizar os resultados próprios (*payoff*).

4 Em Economia, "utilidade" é uma medida de satisfação relativa a um agente da economia

Alguns tipos de estratégias:

- **Estratégia Dominante:** a melhor estratégia, independente das ações do oponente. Pode ocorrer um equilíbrio em estratégia dominante, quando cada jogador consegue o melhor resultado possível.
- **Estratégia Mista:** o jogador toma decisão baseada na probabilidade de determinada ação por parte do oponente.
- **Estratégia Maximin:** estratégia que maximiza a obtenção de um determinado nível mínimo de ganho.

Matriz de *payoff*

Os resultados dos jogos – também conhecidos como *payoff* – são representados por uma matriz. Essa matriz contém os resultados dos dois jogadores e, possivelmente, a estratégia que será tomada, apenas dependendo do perfil do participante.

		Jogador 1	
		Decisão A	Decisão B
EXEMPLO	Decisão A	10,5	0,0
	Decisão B	0,0	5,10

A matriz representa os resultados para cada tomada de decisão, sendo que o valor à esquerda da vírgula representa o resultado do jogador 1, enquanto o valor à direita representa o resultado do jogador 2.

No exemplo apresentado, se o Jogador 1 tomar a Decisão A, enquanto o Jogador 2 tomar a Decisão A, o Jogador 1 receberá 10 e o Jogador 2 receberá 5. Por outro lado, se o Jogador 1 tomar a Decisão B, enquanto o Jogador 2 tomar a Decisão A, ambos não receberão nada.

Racionalidade dos jogadores

Assume-se que os agentes são racionais, ou seja, os indivíduos empregam os meios mais adequados às metas que almejam, sejam elas quais forem.

Racionalidade, portanto, tem a ver com os meios que os indivíduos empregam para alcançar seus fins e não com os fins em si mesmos.

De um jogador racional espera-se que raciocine logicamente, ou seja, que extraia conclusões a partir de premissas de uma forma coerente; que escolha as próprias premissas nas quais apoia o seu raciocínio lógico com base no emprego da razão; e que considere as evidências de forma neutra, sem distorcer os fatos ou omitir evidências.

Equilíbrio de Nash

Situação em que cada jogador maximiza seus ganhos com o pressuposto de que os demais também maximizam os ganhos deles.

Aplicações

Aplicação 1

A OPEP e o Mercado Internacional de Petróleo

A Organização dos Países Exportadores de Petróleo (Opep) foi fundada em 1960, por Irã, Iraque, Kuwait, Arábia Saudita e Venezuela. Até o início dos anos 1970 era uma organização com pouca expressão, mas tudo mudou a partir de 5 de outubro de 1973 – data de início da guerra do Yom Kippur, com Israel sendo atacado pelo Egito e pela Síria. Naquele momento, os Estados Unidos e outros países desenvolvidos do Ocidente demonstraram apoio à causa israelense, o que levou diversas nações árabes a decretarem um embargo de petróleo aos países que apoiavam Israel.

A oferta de petróleo iria sofrer restrições ainda ao longo dos anos 1970. A revolução no Irã, em 1979, e a guerra Irã-Iraque, em 1980, foram fatores adicionais à restrição de oferta no início desta década. Em 1972, o preço internacional do petróleo oscilava em torno de três dólares o barril.

Em consequência da crise de 1973 – que se estenderia até 1974 –, o preço do barril aumentou para 12 dólares. Em 1981, o preço atingiu o recorde de 35 dólares o

barril. Os efeitos desse aumento foram todos negativos para a capacidade da Opep de controlar o preço de quem não era membro, o que fez com que a oferta se elevasse com a produção de países que não obedeciam às determinações da Organização. Isso também contribuiu para reduzir os preços.

Houve um esforço da Opep de sustentar preços elevados para o petróleo por meio da aplicação, entre 1982 e 1985, de cotas de produção restritivas para os países-membros do cartel. Contudo, essas cotas foram sistematicamente desrespeitadas pela maioria das nações pertencentes ao cartel.

Com efeito, apenas a Arábia Saudita tentava sustentar os preços, reduzindo a própria produção para acomodar a dos demais países acima das cotas. A partir de agosto de 1985, quando a Arábia Saudita desistiu de sustentar sozinha o cartel, os preços despencaram e atingiram o valor de dez dólares o barril em 1986.

Aplicação 2

Imagine que, em uma praia fictícia de 100 metros de comprimento, exista apenas dois sorveteiros para atender todos os banhistas ali presentes e que eles estejam em lados opostos. Os dois sorveteiros são vende-

dores da mesma marca e, por isso, vendem os sorvetes ao mesmo preço.

O sorveteiro A está do lado esquerdo da praia, enquanto o sorveteiro B está do lado direito. Os banhistas sempre irão optar pelo sorveteiro mais próximo, pois não faz sentido ir para aquele que está mais afastado, se ambos vendem o mesmo produto ao mesmo preço.

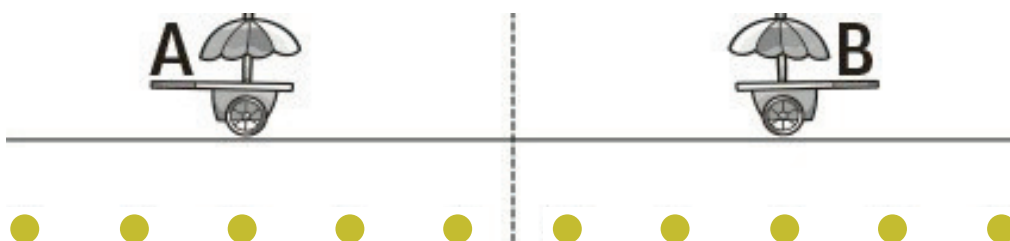


Imagem: Fernando Barrichelo, "O jogo do sorveteiro"

No horário de pico, o sorveteiro A decide que está cansado de sempre receber a mesma quantidade de clientes, então ele opta por ir um pouco mais para a direita. Após algum tempo, ele passa a receber alguns novos clientes, vindos do sorveteiro B. Isso porque esses clientes notaram que o sorveteiro A estava um pouco mais perto que o sorveteiro B. Assim que o sorveteiro A percebe isso, decide ir mais um pouco para a direita, aumentando o número de clientes novamente. E continua seguindo para a direita, até o momento em que fica praticamente ao lado do sorveteiro B, recebendo todos os clientes de $2/3$ da praia.

O sorveteiro B percebe que seria prejudicado com o egoísmo do outro profissional e, para reaver o espaço tomado pelo sorveteiro A, opta por ir para a esquerda. Assim, todos os clientes que vinham da esquerda para comprar com o sorveteiro A, começam a comprar com o B.

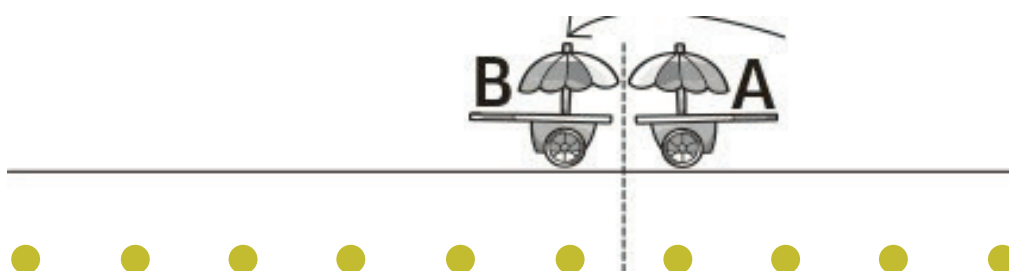


Imagem: Fernando Barrichelo, "O jogo do sorveteiro"

O sorveteiro A percebe que sua estratégia de continuar indo para a direita deixaria de funcionar, já que, caso continuasse, perderia clientes em vez de ganhá-los. Ele passa, então, a copiar a atitude do sorveteiro B e também vai para a direita. Os dois começam a competir pelo espaço da praia para ver quem consegue a maior parcela dos clientes.

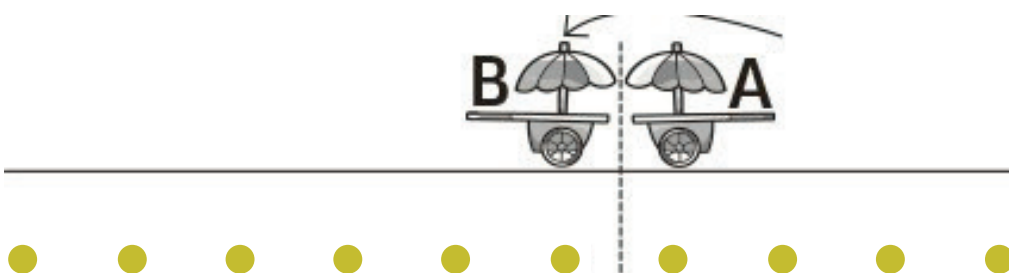


Imagem: Fernando Barrichelo, "O jogo do sorveteiro"

Após algum tempo competindo pelo espaço, os dois atingem o equilíbrio de Nash: o sorveteiro A se fixa no meio da praia para o lado esquerdo, enquanto o sorveteiro B se estabelece no meio da praia para o lado direito.

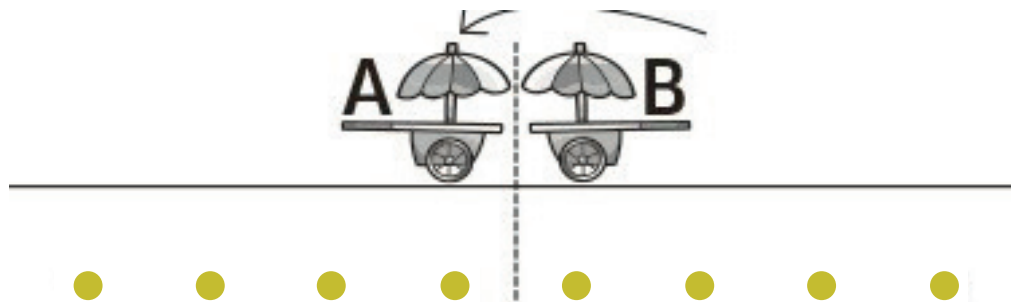


Imagem: Fernando Barrichelo, "O jogo do sorveteiro"

Fonte: <https://medium.com/@fernandobarrichelo/o-jogo-do-sorveteiro-f83b9523f697> | <https://bugarinmauricio.files.wordpress.com/2014/04/jogosaula09.pdf> | Fiani, Ronaldo, "Teoria dos Jogos, Com aplicações em Economia, Administração e Ciências Sociais"

